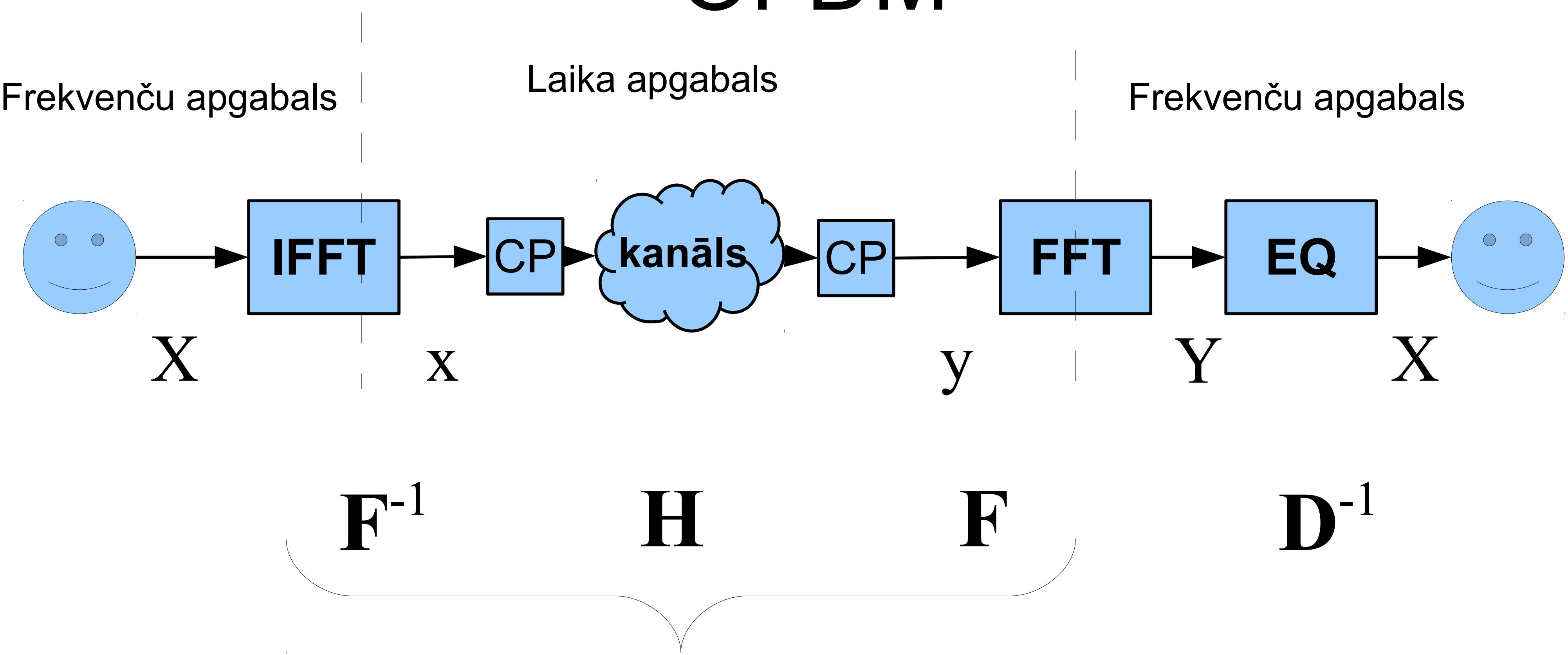
Artūrs Āboltiņš

Singulāro vērtību dekompozīcija (SVD) sakaru kanāla parametru novērtēšanai un korekcijai

Zin.vad. Prof. **Pēteris Misāns**

OFDM



$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{F}\ \boldsymbol{H}\ \boldsymbol{F}^{-1}$$

$$Y = \boldsymbol{D}\ X$$

$$X = \boldsymbol{D}^{-1}\ Y$$

OFDM

- **Priekšrocības**

$$D = F\ H\ F^{-1}$$

Ja F sastāv no H īpašvektoriem,
Tad D ir diagonāla matrica.

Vienības matrica

$$\boxed{D^{-1} = \frac{I}{D}}$$

$$X = D^{-1}\,Y$$

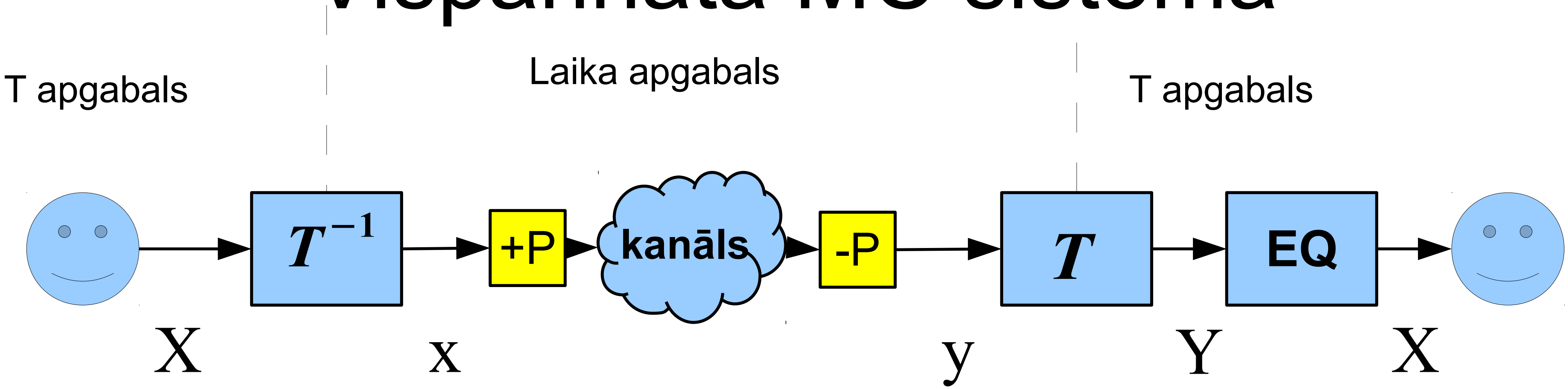
D var uzzināt noraidot uztvērējam zināmu X_p

$$D = \frac{Y_p}{X_p}$$

Trūkumi:

- Enerģijas zudumi CP
- Ātruma zudumi CP
- Liels PAPR
- Bloku pārraide

Vispārināta MC sistēma



$$\underbrace{T^{-1} \qquad H \qquad T}_{D = T\,H\,T^{-1}} \qquad \mathbf{D}^{-1}$$

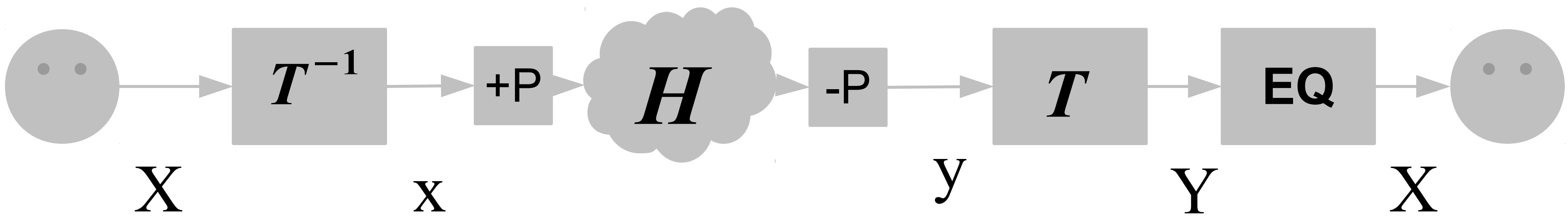
$$Y = D\,X$$

$$X = D^{-1}\,Y$$

ja
$$\begin{cases} H = T^{-1}\,D\,T \\ D^{-1} = \dfrac{I}{D} \end{cases}$$

,tad $\quad (T, D) = eig(H)$

Citu domēnu kanālu matricas



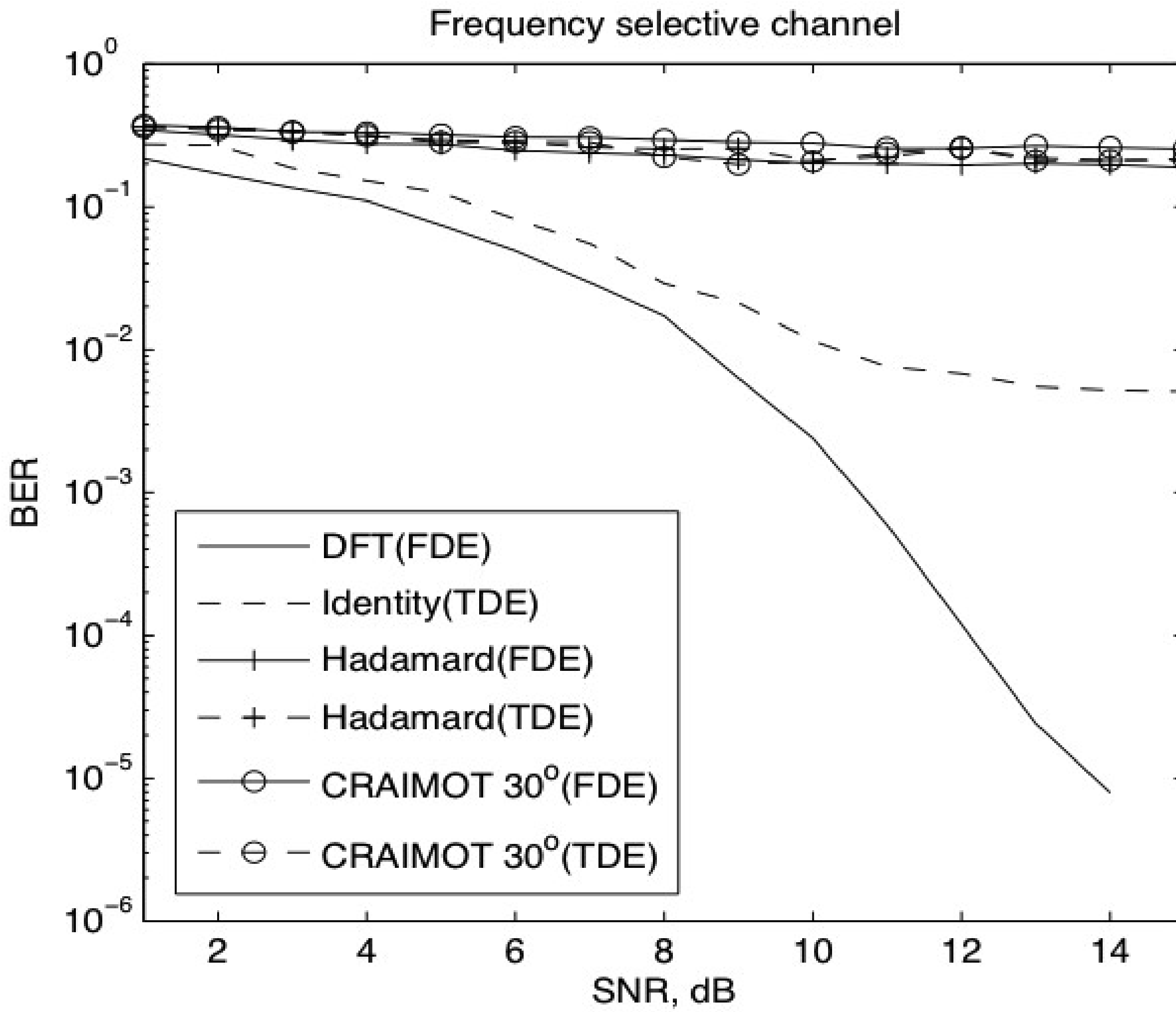
$$D = T\,H\,T^{-1} \qquad H = T^{-1}\,D\,T$$

ja $(T, D) \neq eig(H)$, tad D nav diagonāla matrica

turklāt, ja $T \neq I$, tad D nav Teplica matrica

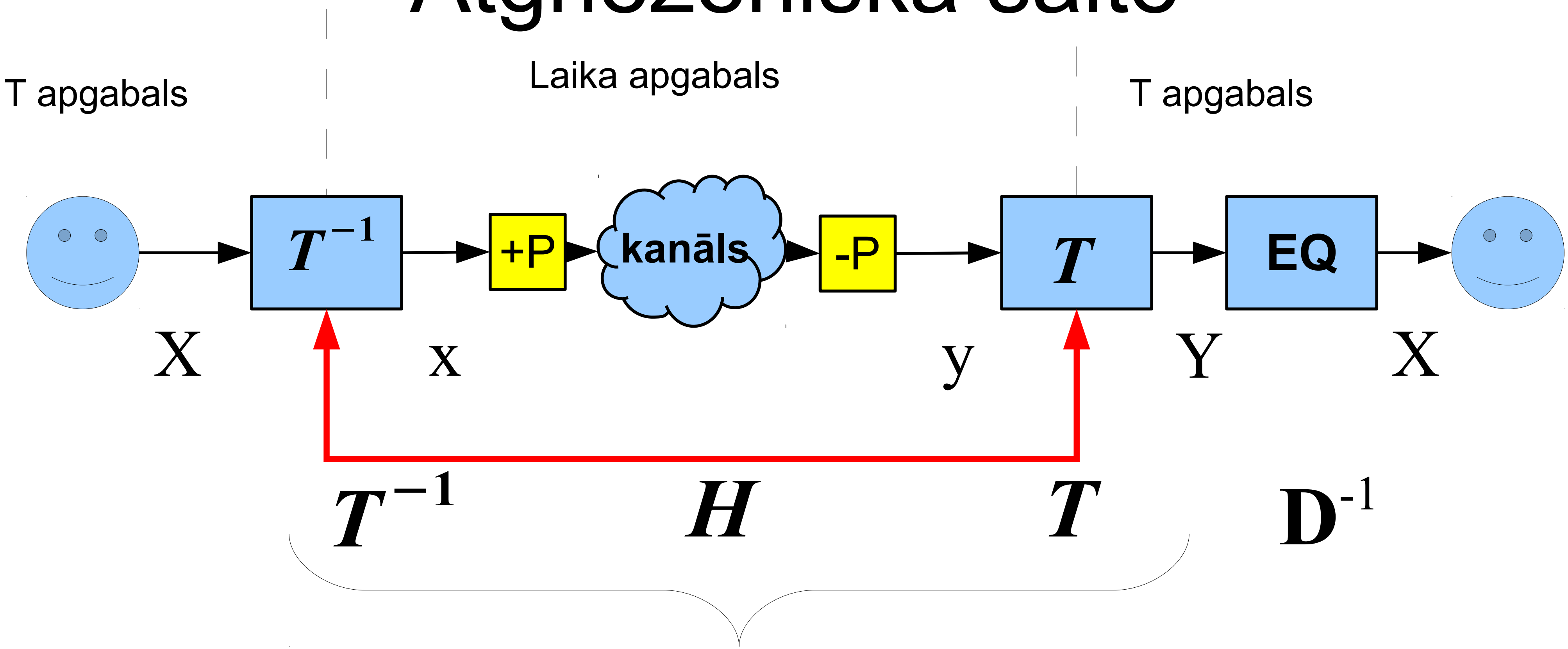
Šādu matricu inversija ir problemātiska

Dažādu pārveidojumu salīdzinājums



Arturs Aboltins, “Comparison of orthogonal transforms for OFDM communication system”, Electronics '2011, Kaunas, May 17-19, 2011

Atgriezeniskā saite



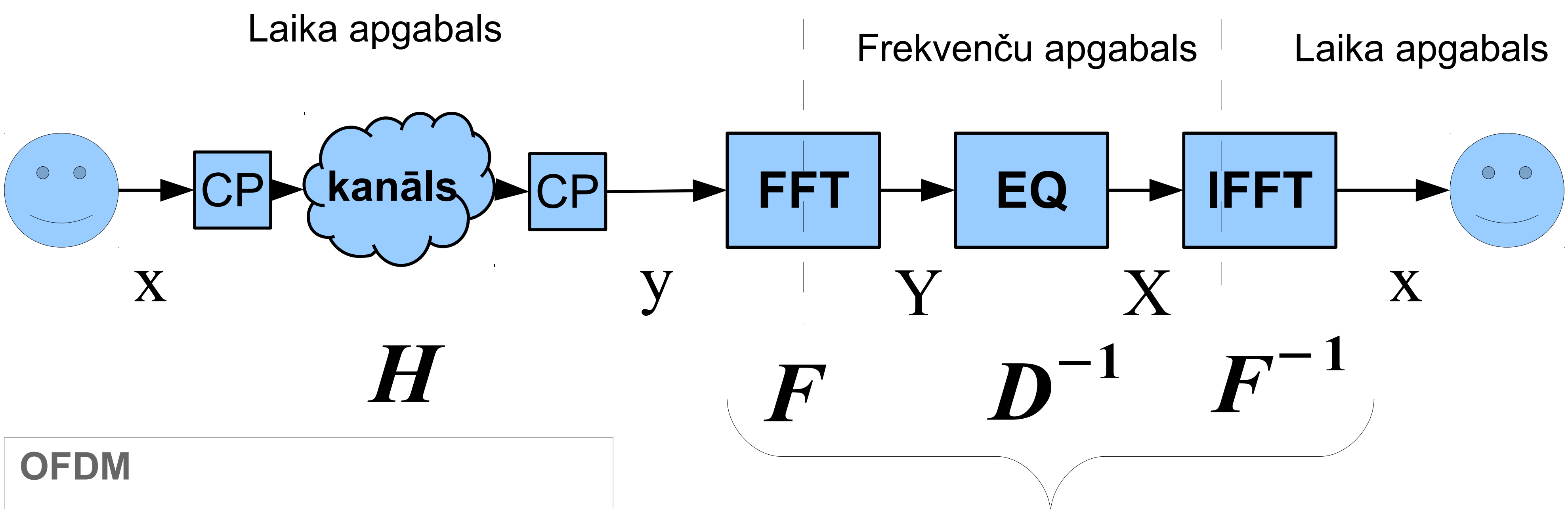
$$D = T\,H\,T^{-1}$$

$$Y = D\,X$$

$$X = D^{-1}\,Y$$

$$(T, D) = eig(H)$$

CP SC FDE



OFDM

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{F}\ \boldsymbol{H}\ \boldsymbol{F}^{-1}$$

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{F}^{-1}\ \boldsymbol{D}\ \boldsymbol{F}$$

$$\boxed{\boldsymbol{H}^{-1} = \boldsymbol{F}^{-1}\ \boldsymbol{D}^{-1}\ \boldsymbol{F}}$$

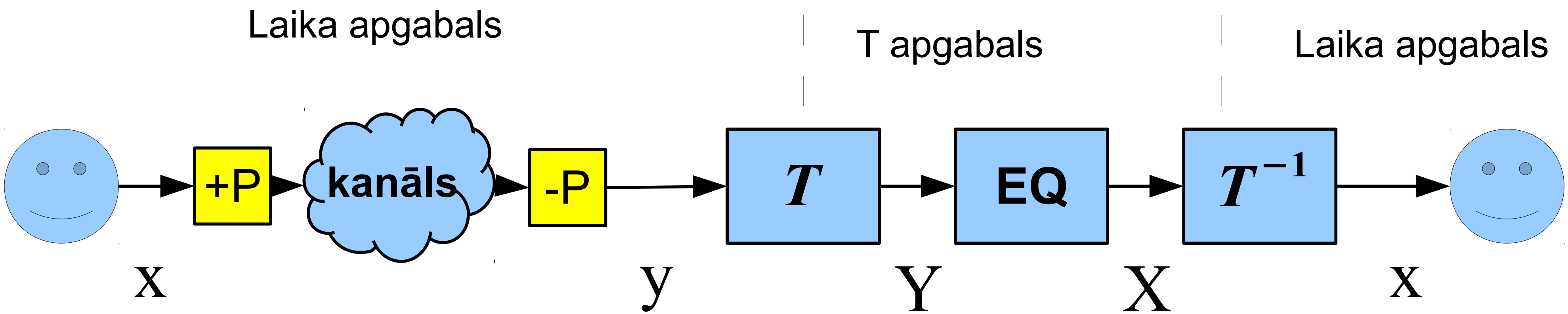
$$y = \boldsymbol{H}\ x$$

$$x = \boldsymbol{H}^{-1}\ y$$

$$x = \boldsymbol{F}^{-1}\ \boldsymbol{D}^{-1}\ \boldsymbol{F}\ y$$

$$\boldsymbol{D}^{-1} = \frac{\boldsymbol{I}}{\boldsymbol{D}} \qquad \boldsymbol{D} = \frac{Y_p}{X_p}$$

Vispārināta SC sistēma



$$H \qquad\qquad T \qquad D^{-1} \qquad T^{-1}$$

$$y = H\,x$$

$$x = H^{-1}\,y$$

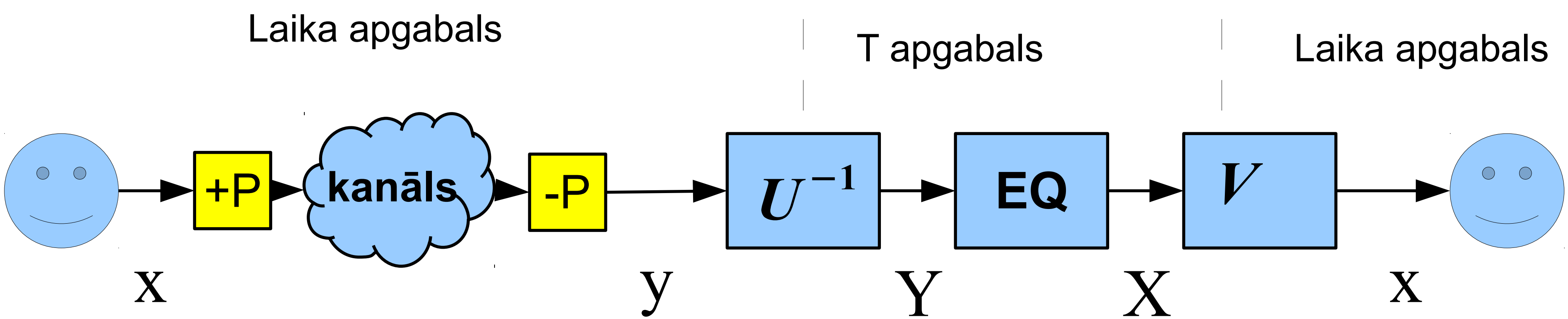
$$\boxed{H^{-1} = T^{-1}\,D^{-1}\,T}$$

ja $\left\{ \begin{aligned} & H = T^{-1}\,D\,T \\ & D^{-1} = \frac{I}{D} \end{aligned} \right.$

Kvadrātiska matrica

,tad $(T, D) = eig(H)$

Uzlabota SC sistēma



$$\boldsymbol{H} \qquad\qquad \boldsymbol{D}^{-1}$$

$$y = \boldsymbol{H}\, x$$
$$x = \boldsymbol{H}^{-1}\, y$$

$$\boldsymbol{H}^{-1} = \boldsymbol{V}\,\boldsymbol{D}^{-1}\,\boldsymbol{U}^{-1}$$

pseudoinverse

ja
$$\begin{cases} \boldsymbol{H} = \boldsymbol{U}\,\boldsymbol{D}\,\boldsymbol{V}^{-1} \\ \boldsymbol{D}^{-1} = \dfrac{\boldsymbol{I}}{\boldsymbol{D}} \end{cases}$$
,tad

Singular value decomposition

$$(\boldsymbol{U}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{V}) = svd(\boldsymbol{H})$$

Nepieciešamie algoritmi

$$\left(\boldsymbol{U},\boldsymbol{D},\boldsymbol{V}\right)=svd\left(\boldsymbol{H}\right)$$

SVD atrašana

Householder reflections

$2mn^2 + 2n^3$ flops

Jacobi orthogonalization

$3mn^2$ flops

H noteikšana

- Delta funkcijas metode
- Rekursīva izslēgšana
- LMS (Lineārā vidējo kvadrātu) metode

Delta f-jas metode

+

•Vienkārša realizācija

•Nojauc AGC
•Slikta traucējumnoturība

−

$$y = \boldsymbol{H}\, x + w \qquad \boldsymbol{H} = f\left(x, y, w\right)$$

$$\begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ . \\ . \\ y_{N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_0 & 0 & . & 0 & 0 \\ h_1 & h_0 & . & 0 & 0 \\ . & h_1 & . & 0 & 0 \\ . & . & . & h_0 & 0 \\ h_{N-1} & h_{N-2} & . & h_1 & h_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ . \\ . \\ x_{N-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w_0 \\ w_1 \\ . \\ . \\ w_{N-1} \end{pmatrix}$$

pilotsignāls

ja

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ . \\ 0 \end{pmatrix}$$

tad

$$h_i = y_i + w_i$$

Rekursīva izslēgšana

- Var lietot jebkuru pilot-signālu (x)
- Vienkārša realizācija

- Akumulējas troksnis

$$y = \boldsymbol{H}\, x + w \qquad \boldsymbol{H} = f\,(x, y, w)$$

$$\begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ . \\ . \\ y_{N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_0 & 0 & . & 0 & 0 \\ h_1 & h_0 & . & 0 & 0 \\ . & h_1 & . & 0 & 0 \\ . & . & . & h_0 & 0 \\ h_{N-1} & h_{N-2} & . & h_1 & h_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ . \\ . \\ x_{N-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w_0 \\ w_1 \\ . \\ . \\ w_{N-1} \end{pmatrix}$$

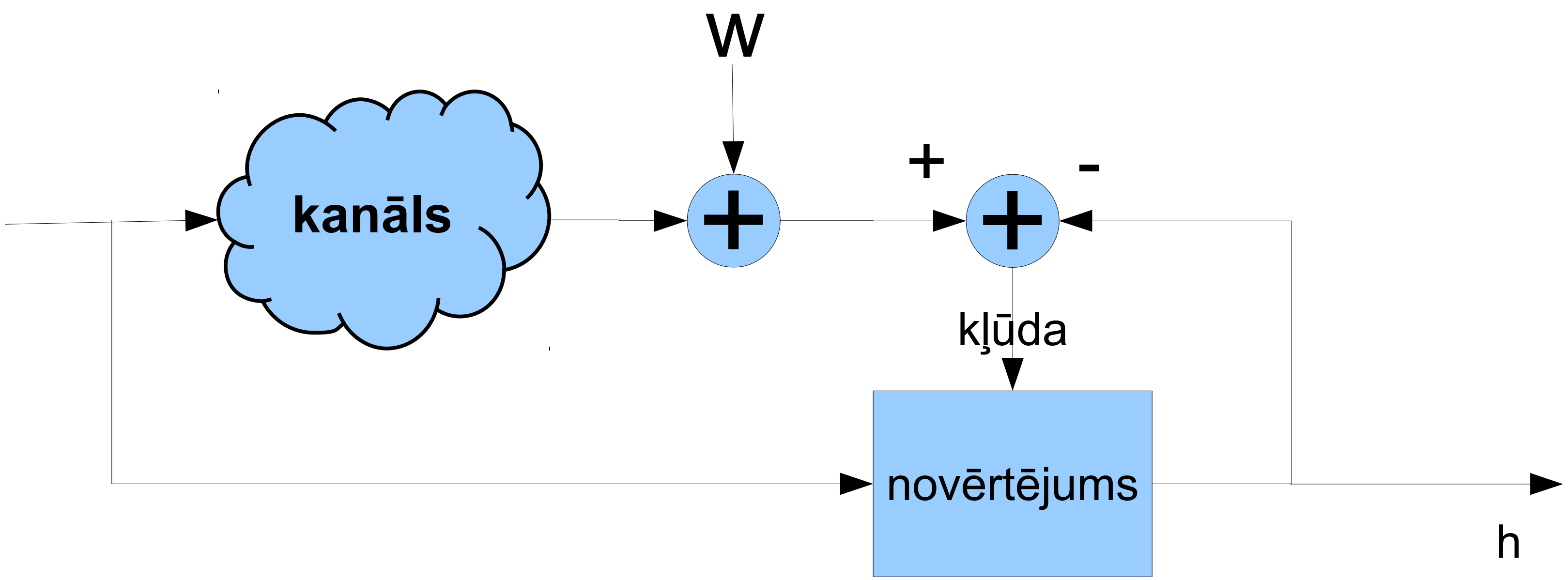
$$y_0 = h_0 x_0 + w_0 \qquad h_0 = \frac{y_0 - w_0}{x_0}$$

$$y_1 = h_1 x_0 + h_0 x_1 + w_1 \qquad h_1 = \frac{y_1 - h_0 x_1 - w_1}{x_0}$$

...

$$y_{N-1} = h_{N-1} x_0 + \ldots + h_0 x_{N-1} + w_{N-1} \qquad h_{N-1} = \frac{y_{N-1} - h_0 x_{N-1} \ldots - w_{N-1}}{x_0}$$

LMS sistēmas identifikācija



- Var lietot jebkuru x
- Traucējumnoturība

- Sarežģītība samērojama ar SVD
  var iegūt H^{-1} bez SVD :)

ZP, CP, H izmērs

SVD var lietot sistēmās:

- Ar ciklisko prefiksu (CP)
- Ar tukšu aizsargintervālu (Zero padding) (ZP)
- Ar CP/ZP atmešanu
- Bez CP/ZP atmešanas
- Bez CP/ZP

Tike uzskatīts, ka ZP shēma ir visefektīvākā. Manas simulācijas to aptiprina.

$$
\begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ . \\ y_{N+L-1} \end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
h_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
h_1 & h_0 & . & . & . & . & 0 \\
. & h_1 & . & . & . & . & 0 \\
. & . & . & . & . & . & 0 \\
h_{L-1} & . & . & . & . & . & h_0 \\
0 & h_{L-1} & . & . & . & . & h_1 \\
. & . & . & . & . & . & . \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & . & h_{L-1}
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ . \\ . \\ . \\ x_{N-1} \end{pmatrix}
+
\begin{pmatrix} w_0 \\ w_1 \\ . \\ . \\ . \\ w_{N-1} \end{pmatrix}
$$

SC SVDE sinhronizācija

Ņemot vērā, ka notiek bloku pārraide daļa algoritmu var būt aizgūti no **OFDM**:

- CP autokorelācija
- Kadru sinhronizācija
- Frekvenču sinhronizācija

- ZP lietošana prasa jaunu simbolu un frekvences sinhronizācijas algoritmu izstrādi (vai atrašanu literatūrā)

SVD pielietošana

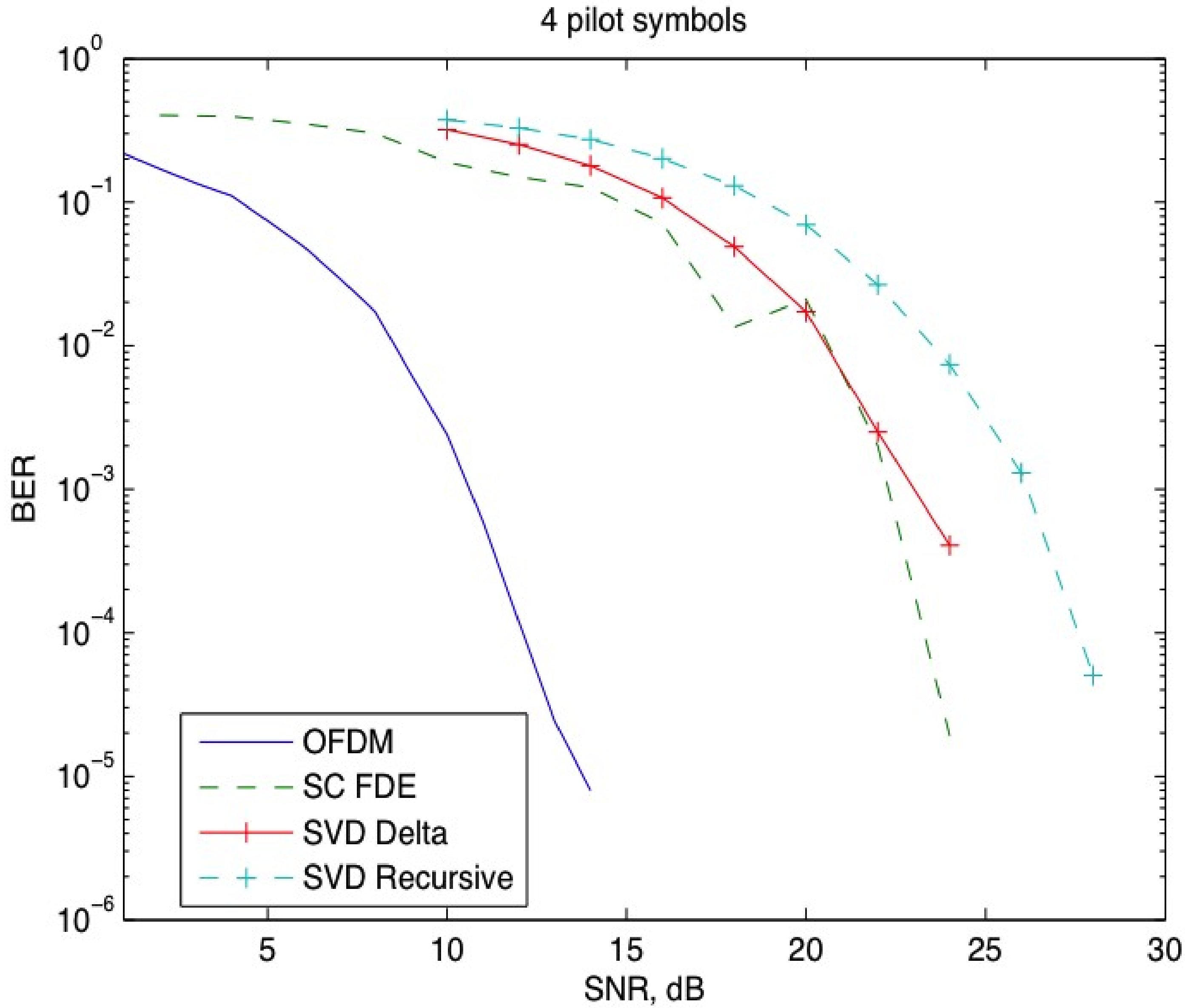
SVD ir viena no centrālajām lineārās algebras problēmām.
Šīs metemātiskās metodes algoritmi aizvien tiek pilnveidoti

- MIMO sistēmu kanālu novērtēšana
- Kanāla novērtēšana OFDM
- attēlu apstrāde
- Kvantu mehānika

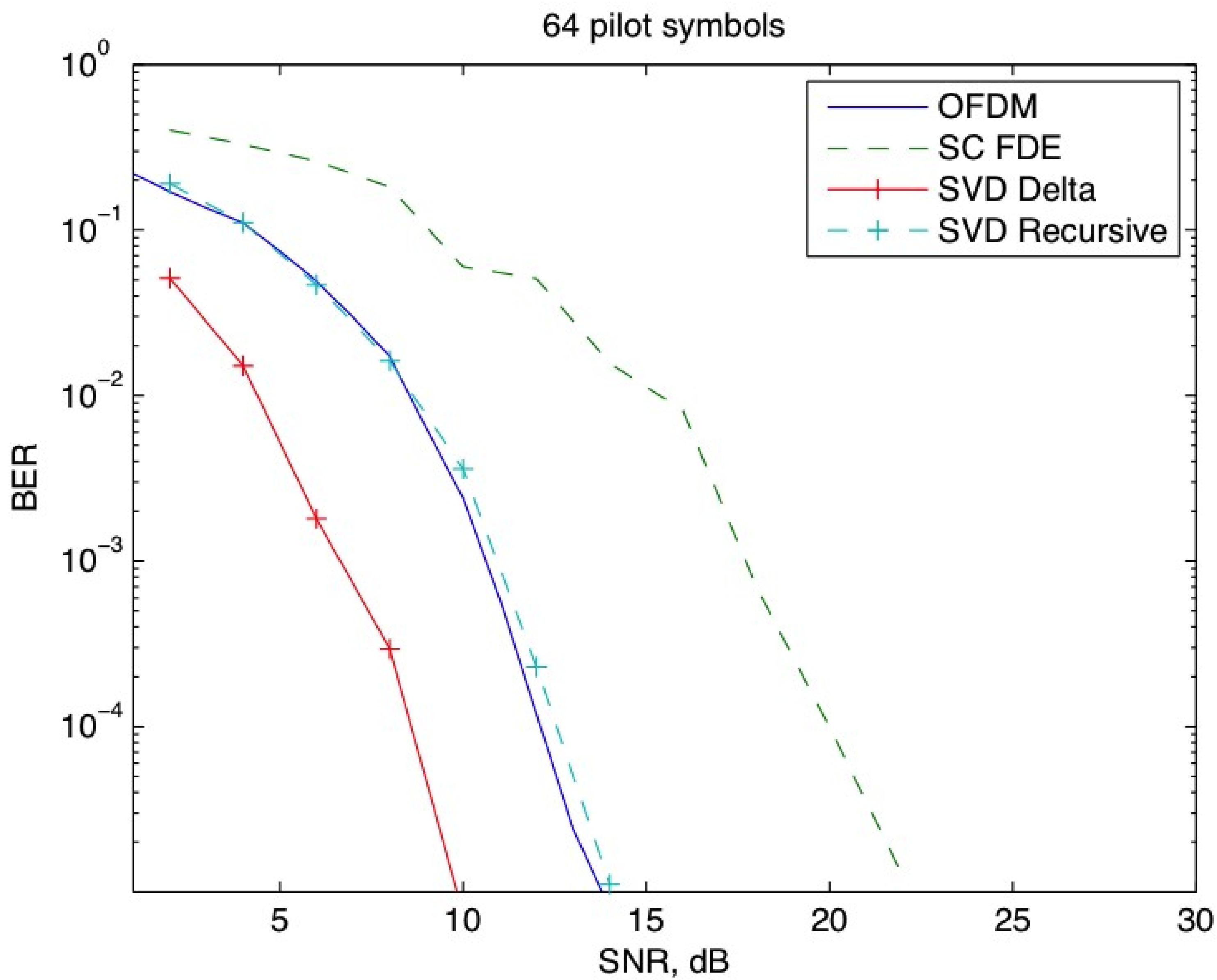
Simulāciju rezultāti

- Modelis: Simulink
- SVD: Mathworks Matlab
- Kanāla matricu tipi: ZP ar atmešanu
- SNR aprēķins: dinamisks, no signāla
- BER aprēķins: kļūdu skaitītājs
- Kanāls: statisks, selektīvs (4 tap FIR)

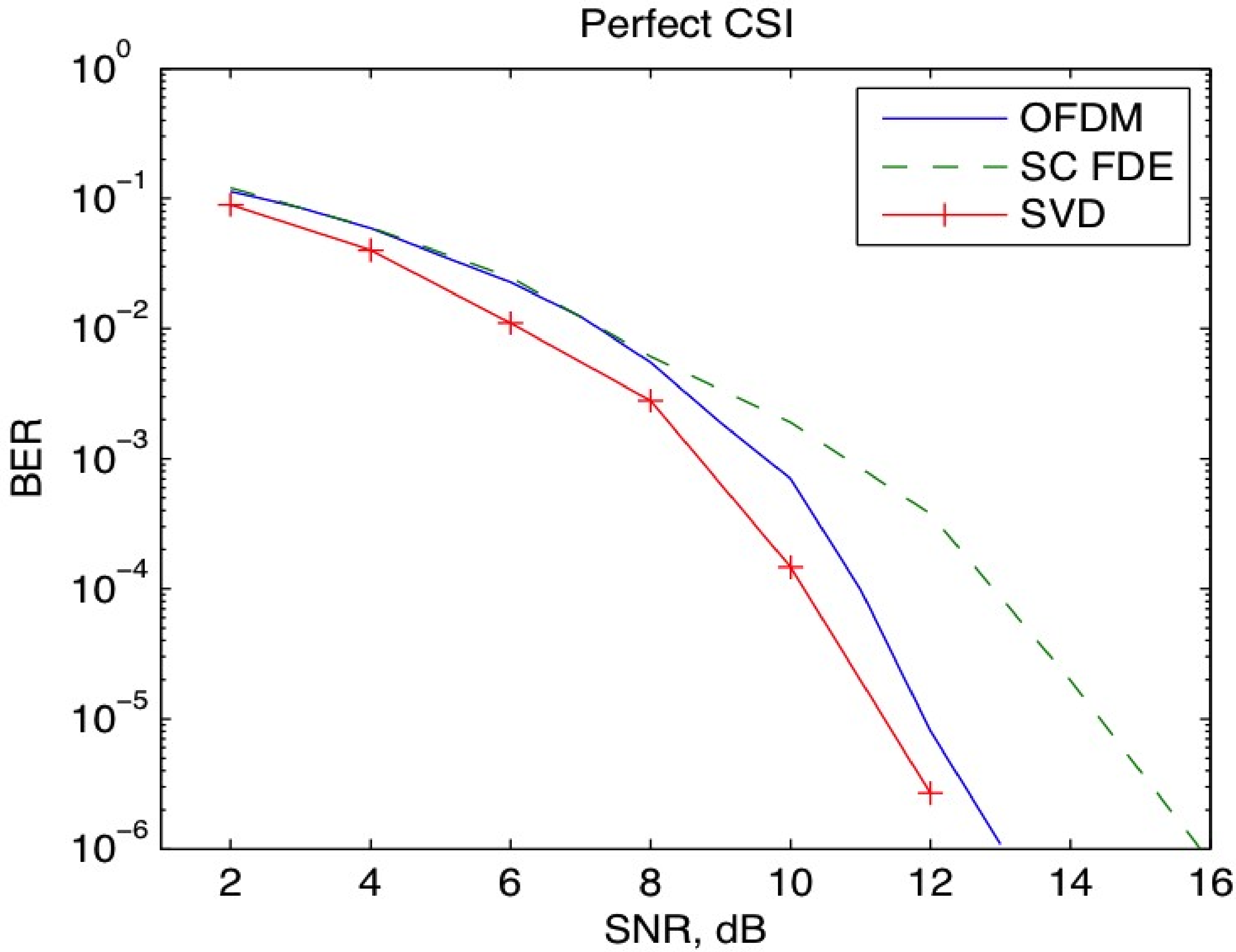
4 pilotsimbolu sistēma



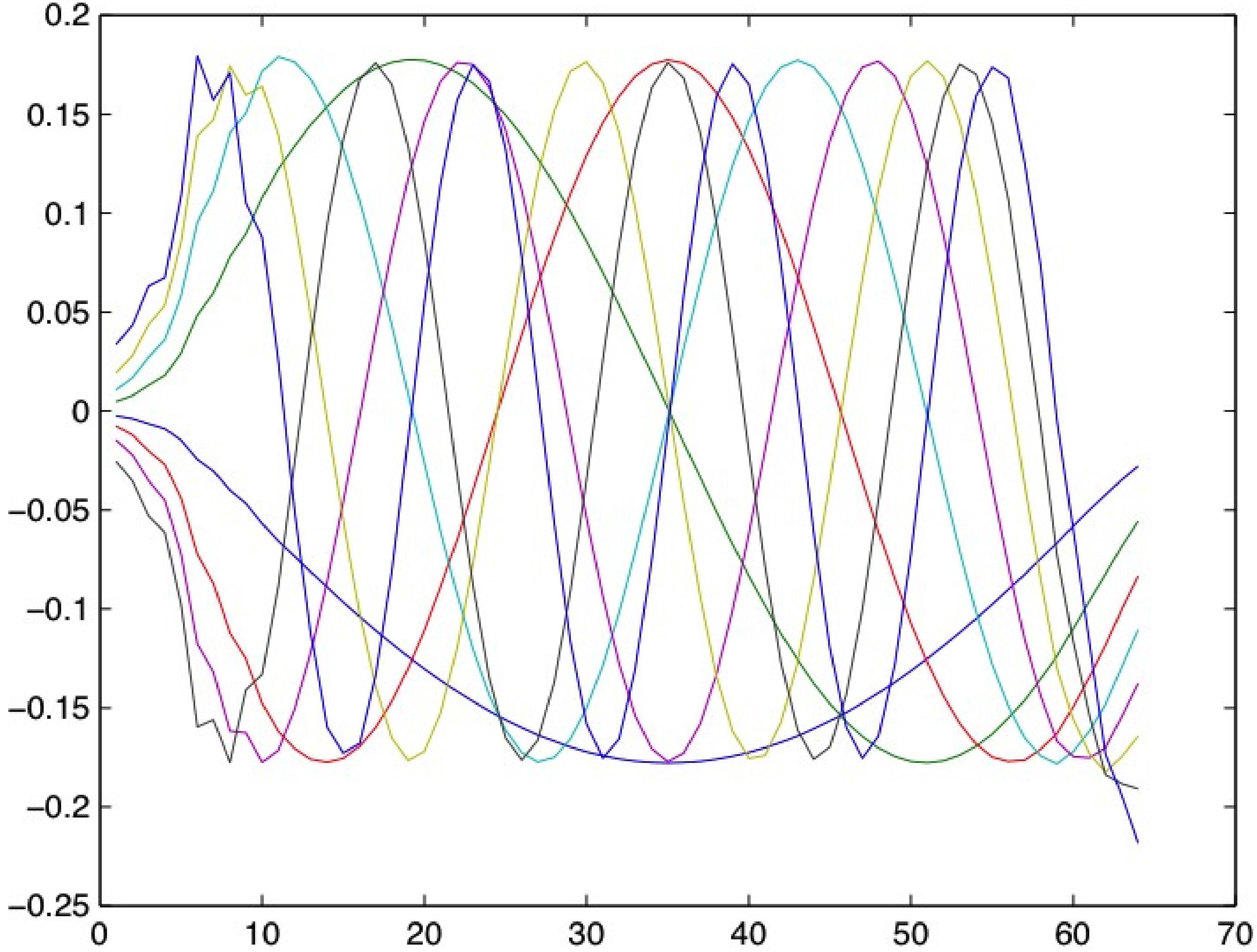
64 pilotsimbolu sistēma



Perfect CSI (zināms h(n))



Bāzes funkciju piemēri: matrica U



Secinājumi

- SVD faktiski nodrošina efektīvu un precīzu kanāla matricas inversijas metodi.
- SVD nodrošina optimālāko kanāla korekciju pie nosacījuma, ka ir zināma kanāla matrica.
- Ņemot vērā, ka laika apgabala kanāla matricas ir reālas, visas SVD matricas ir reālas.
- Ātrie SVD algoritmi nav pieejami . Ir pieejamas vairākas maksas un brīvpieejas SVD realizācijas.

Darba mērķi

- Ātra, uz rotāciju balstīta, SVD algoritma izstrāde un realizācija
- Optimāla kanāla novērtēšanas algoritma atrašana
- Kanāla novērtējuma atjaunošanas algoritma atrašana
- Optimālas pilottoņu struktūras atrašana
- Pilna sinhronizācijas algoritmu komplekta izstrāde

Nākotnes plāni

- SVD bāzēta SDR sistēma
- GPU izmantošana SVD aprēķiniem
- SVD FPGA realizācija
- SVD ASIC realizācija